

Prova n°2

Avisos :

1. Celulares desligados.
2. 2 horas de prova!
3. Só terá validade o que estiver a caneta!

Questão 1

Dar a definição de ponto critico.

Questão 2

Seja f a seguinte função :

$$\begin{aligned} f : \text{Dom}(f) &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{4}{x+5}. \end{aligned}$$

- a. Achar o domínio da função f .
- b. Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- c. Calcular $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.
- d. Calcular $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$.
- e. Encontrar as assíntotas.
- f. Estudar as variações (crescimento e decrescimento) da função.
- g. Encontrar os mínimos e máximos relativos da função. Esses extremos são extremos absolutos?
- h. Calcular a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1, f(1))$.
- i. Esboçar o gráfico da função.

Questão 3

Seja f a seguinte função :

$$\begin{aligned} f : \text{Dom}(f) &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow \arctan(x^2). \end{aligned}$$

- a. Achar o domínio da função f .
- b. Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- c. Estudar as variações (crescimento e decrescimento) da função.
- d. Provar que $f''(x) = \frac{2(1-\sqrt{3}x^2)(1+\sqrt{3}x^2)}{(1+x^4)^2}$ para todo $x \in \text{Dom}(f)$.
- e. Estudar a concavidade da função f e achar os pontos de inflexão.
- f. Esboçar o gráfico da função.

Questão 4

Calcular os limites seguintes usando o Teorema de l'Hopital :

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)^2}{\sin(x^2)}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos(x) - \frac{\pi}{2}}{x}$

Questão 5

Sabendo que $f(1) = 2$, $f(3) = 4$, $f(4) = 5$, $f'(1) = 3$, $f'(3) = 1$, $f'(4) = 2$ e $f'(5) = 4$, calcular $(f^{-1})'(4)$. (dica : talvez você não precise usar todas as informações.)