Prova n°2

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova ! Só terá validade o que estiver a caneta !

Questão 1

Dar a definição de domínio de convergência de uma série de funções.

Questão 2

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função 2π-periódica tal que para todo $x \in]-\pi, \pi]$, $f(x) = \text{sen}(\frac{x}{2})$.

a. Esboçar o gráfico da função f (não precisa justificar).

b. Calcular a série de Fourier da função f.

c. Calcular $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n \frac{2n+1}{16n^2+16n+3}$.

Questão 3

Seja f a função definida por $f(x) = \arctan x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

a. Calcular $f^{(270)}(0)$ e $f^{(345)}(0)$.

b. Calcular $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(3^n)(2n+1)}$.

Questão 4

Verificar que $y_1(x) = -x^2$ é uma solução da equação diferencial seguinte e resolver a equação em $]0, +\infty[$:

$$x^3y' + y^2 + x^2y + 2x^4 = 0.$$

Questão 5

Resolver a equação diferencial seguinte em $]0, +\infty[$:

$$\left(1 + (\ln x)^2\right) y' - \frac{1}{x}y + \frac{1}{x}y^2 = 0.$$

Professor Jérôme Rousseau