Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática
Disciplina: Cálculo B   Código: MAT A03   Turma: T08
Professor: *Joseph Yartey*   Data: 22/10/2010   SEM: 2010.2
Aluno(a): ______________________________

PROVA DA UNIDADE II

Questão 1:

(1.1) (1,0 ponto) Mostre que a curva polar $C_1 : r = \dfrac{6}{2 + \text{ sen } \theta}$ represente uma elipse.

(1.2) (0,5 ponto) Esboce a região no plano que consiste em pontos cujas coordenadas polares satisfazem as condições $1 \leq r \leq 2, \;\; \cos\theta \leq 0$.

Questão 2: Considere as curvas $C_1 : r = 1 + 2 \text{ sen } \theta$ e $C_2 : r = 2$

(2.1) (1,0 ponto) Determine o conjunto dos pontos de interseção das curvas C_1 e C_2.

(2.2) (1,0 ponto) Identifique e faça o traçado (rápido) das curvas C_1 e C_2, em um mesmo sistema de coordenadas polares, destacando os pontos de interseção.

(2.3) (1,5 pontos) Calcule a área da região exterior à C_2 e interior à C_1.

(2.4) (1,0 ponto) Determine, **mas não avalie**, a integral que permite se calcular o comprimento do laço interno de C_1.

Questão 3: (Valor 1,0 ponto)

Represente graficamente o domínio da função $f(x, y) = \ln\left(\dfrac{x}{y^2 - 4}\right)$.

Questão 4: (Valor 1,0 ponto)

Descreve e esboce as k-curvas de nível da função $f(x, y) = 9y^2 - 4x^2$ para $k = -1, \; 0, \; 1$.

Questão 5: (Valor 1,0 ponto)

Mostre, tomando limites ao longo de dois caminhos diferentes para a origem $(0, 0)$, que

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\text{sen }^2 x \text{ sen }^2 y}{(x^2 + y^2)^2}$$

não existe.

Questão 6: (Valor 1,0 pontos)

Calcule $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ para a função $f(x, y) = x^2 \ln\left(\dfrac{y}{x^2}\right)$.

Questão 7: (Valor 1,0 ponto)

Sejam $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 e $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x, y) = f\left(\dfrac{2}{x^2 + y^2}, \dfrac{y}{x} + e^{xy}\right)$.

Sabendo que $\dfrac{\partial f}{\partial u}(2, 1) = 2, \; \dfrac{\partial f}{\partial v}(2, 1) = -1$, calcule $\dfrac{\partial F}{\partial x}(1, 0)$.

Questão 8: (Valor 1,0 ponto)

Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, sabendo que $z = f(x, y)$ é dada implicitamente pela equação $e^{xz} + \text{tg}\,(yz) = xz^2$.