Universidade Federal da Bahia

Instituto de Matemática

Disciplina: Cálculo B   Código: MAT A03   Turma: T08

Professor: *Joseph Yartey*   Data: 03/12/2010   SEM: 2010.2

Aluno(a): ____

PROVA DA UNIDADE III

Questão 1: (1,3 pontos)

Seja $z = g(x,y)$ uma função de classe C^1 de duas variáveis independentes x e y tal que $g(\frac{\pi}{2},1) = 3,\ g_x(\frac{\pi}{2},1) = 2,\ g_y(\frac{\pi}{2},1) = -1$. Considere a função $z = f(x,y)$ de duas variáveis independentes x e y definida por $f(x,y) = g\left(2\,\text{arctg}(x^2+y^2),\ e^{xy}\right)$. Determine a equação do plano tangente á superfície $z = f(x,y)$ no ponto $(x,y) = (1,0)$.

Questão 2: (1,3 pontos)

A derivada direcional de uma função diferenciável $f(x,y)$ em um ponto P na direção de $\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ é 2, e na direção de $3\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j}$ é $-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$. Encontre a derivada direcional de f em P na direção de $7\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$.

Questão 3: (1,3 pontos)

Transforme a seguinte integral dupla I em coordenadas polares e resolve:

$$I = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}\int_{\sqrt{1-x^2}}^{x} dydx + \int_{1}^{\sqrt{2}}\int_{0}^{x} dydx + \int_{\sqrt{2}}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} dydx.$$

Questão 4: (1,3 pontos)

Encontre e classifique todos os pontos críticos da função $f(x,y) = x^3+3xy^2+3y^2-15x+2$.

Questão 5: (0,9 ponto)

Determine o valor máximo da função $f(x,y) = e^{xy}$ sujeita a condição $x^3+y^3 = 16$.

Questão 6: (1,3 pontos)

Seja $\vec{F}(x,y) = (1 - ye^{-x} + e^{-y})\overrightarrow{i} + (1 + e^{-x} - xe^{-y})\overrightarrow{j}$. Mostre que $\vec{F}$ é conservativo e determine a função potencial de $\vec{F}$. Qual é o trabalho realizado por $\vec{F}$ sobre uma partícula que desloca ao longo da curva de equações paramétricas $\begin{cases} x = t + \text{arcsen}(\text{sen}\, t) \\ y = \dfrac{2}{\pi}\,\text{arcsen}(\text{sen}\, t) \end{cases}$; $0 \le t \le 8\pi$.

Questão 7: (1,3 pontos)

Calcule $\displaystyle\int\!\!\int_R (3y + 3x^4y^2)\, dxdy$, sendo R o triângulo com vertices $(0,0)$ $(1,0)$ e $(1,2)$.

Questão 8: (1,3 pontos)

Calcule $\displaystyle\int_C \{y^2 - y\,\text{sen}\,(xy)\}\,dx + \{2xy - x\,\text{sen}\,(xy)\}\,dy$, sendo C o segmento de reta que une os pontos $(3,0)$ e $(0,3)$.