UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T08
PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 17/12/2010

ALUNO(A): ______________________________

PROVA FINAL

Seção 1 - Responda somente 1 questão

Questão 1: (Valor 3,0)

(a) Um sólido tem uma base circular de raio 1. Suas seções planas por planos perpendiculares à base são quadrados. Encontre o volume do sólido.

(b) Seja R a região no 1º quadrante do plano limitada pelas curvas $y = x^3$ e $y = 2x - x^2$. Determine uma expressão, através de integral na variável x, que permite calcular o volume (**Observação: não é necessário resolver a integral**):

(i) do sólido de revolução obtido pela rotação da região R em torno do eixo x.

(ii) do sólido de revolução obtido pela rotação da região R em torno da reta $y = 2$.

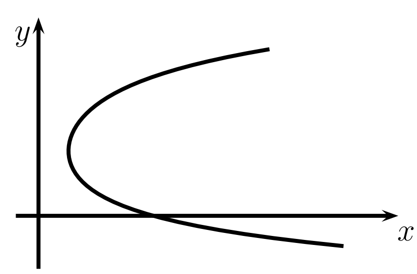
(iii) do sólido de revolução obtido pela rotação da região R em torno do eixo y.

(iv) do sólido de revolução obtido pela rotação da região R em torno da reta $x = -2$.

(c) Determine o centróide da região limitada pelas curvas $y = 4 - x^2$ e $y = x + 2$.

Questão 2: (Valor 3,0)
Considere a curva C de equações paramétricas

$$\begin{cases} x = e^t + e^{-t} \\ y = 4 - 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$



indicada na figura ao lado. Determine

(a) a equação da reta tangente à curva C, no ponto $P(x, y)$, para $t = 1$.

(b) o comprimento de arco da curva no intervalo $0 \leq t \leq 3$.

(c) a área da região limitada pela curva C, de $0 \leq t \leq 3$ e o eixo x.

(d) a derivada $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

Seção 2 - Responda somente 1 questão

Questão 3: (Valor 3,0)

(a) Esboce a região no plano que consiste em pontos cujas coordenadas polares satisfazem as condições $1 \leq r \leq 2, \quad \cos\theta \leq 0$.

(b) Esboce a curva $C_2 : r^2 = 4\cos 2\theta$

(c) Calcule a área da região limitada por C_2.

(d) Determine, **mas não avalie**, a integral que permite se calcular o comprimento da curva C_2.

Questão 4: (Valor 3,0)

(a) Represente graficamente o domínio da função $f(x,y) = \ln\left(\dfrac{x}{y^2-4}\right)$.

(b) Mostre que $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1} = 2$

(c) Use a regra da cadeia para calcule $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial v}$ onde

$$z = \operatorname{tg}(x+y) \quad \text{com } x = u\cos v \ \text{ e } \ y = u \operatorname{sen} v.$$

Seção 3 - Responda somente 1 questão

Questão 5: (Valor 4,0)

(a) Calcule a integral $\displaystyle\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 \sqrt{x^4+1}\, dxdy$ invertendo a ordem de integração.

(b) Transforme a seguinte integral dupla I em coordenadas polares e resolve:

$$I = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^x dydx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^x dydx + \int_{\sqrt{2}}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dydx.$$

Questão 6: (Valor 4,0)

(a) Seja $\vec{F}(x,y) = (ye^x + e^y)\overrightarrow{i} + (e^x + xe^y)\overrightarrow{j}$. Mostre que $\vec{F}$ é conservativo e determine a função potencial de $\vec{F}$. Qual é o trabalho realizado por $\vec{F}$ sobre uma partícula que desloca ao longo da curva de equações paramétricas $\begin{cases} x = t + \operatorname{arcsen}(\operatorname{sen} t) \\ y = \dfrac{2}{\pi}\operatorname{arcsen}(\operatorname{sen} t) \end{cases}$; $0 \leq t \leq 8\pi$.

(b) Calcule $\displaystyle\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ onde $\vec{F}(x,y) = \ln y\vec{i} + \ln x\vec{j}$ e C é a curva $y = \dfrac{x^3}{8}$ de $(4,8)$ a $(8,64)$.