Lista 2

Exercício 1

As familias seguintes são geradora do espaço E ? Se a familia não é geradora, qual é o espaço gerado ?

a. $((1,1),(2,-1))$ em $E=\mathbb{R}^2$.
b. $((1,-2,-1),(-1,0,1),(3,1,-1))$ em $E=\mathbb{R}^3$.
c. $((1,0,0),(-1,2,-1),(0,2,-1))$ em $E=\mathbb{R}^3$.

Exercício 2

Em $\mathbb{R}^3$, os vetores seguintes são linearmente independentes ?

a. $((1,0,3),(0,1,2),(2,-3,0))$.
b. $((1,2,3),(0,1,-5),(2,7,-9))$.

Exercício 3

Em $\mathbb{R}^4$, os vetores seguintes são linearmente independentes ?

a. $((1,0,0,0),(2,-1,1,0),(1,1,4,5))$.
b. $((0,1,2,-1),(1,2,-1,0),(4,6,1,3))$.

Exercício 4

Seja E um espaço vetorial e sejam u e $v \in E$. Provar que

$$u \text{ e } v \text{ são l.i. } \Rightarrow u+v \text{ e } u-v \text{ são l.i.}$$

Exercício 5

Seja E um espaço vetorial e sejam u, v e $w \in E$. Provar que

$$Vect(u,v) = Vect(u,w) \Rightarrow u, v \text{ e } w \text{ são l.d.}$$

A reciproca é verdadeira ?

Exercício 6

Seja $E=\mathbb{R}_3[X]$ e seja $a \in \mathbb{R}$ fixo. Definimos para $k=0,1,2,3$

$$P_k(x) = (x-a)^k.$$

Provar que esses polinômios são l.i.

Exercício 7

Provar que a familia $\left(x \mapsto 1, x \mapsto e^x, x \mapsto e^{2x}\right)$ é l.i. em $E=\{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\}$.

Exercício 8

Sejam $u=(1,2,0,0)$, $v=(1,5,-1,1)$, $w=(1,-1,1,-1)$, $x=(-1,0,3,0)$, $y=(0,-1,4,-1)$

a. Calcular $dim\, Vect(u, v)$.

b. Calcular $dim\, Vect(u, v, w, x)$.

c. Calcular $dim\ (Vect(v, x, z) \cap Vect(u, w, x))$.

Exercício 9

Seja $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x - y + 3z = 0\}$.

a. Achar uma base de E.

b. Calcular a dimensão de E.

c. Completar a base de E numa base de $\mathbb{R}^3$.

Exercício 10

Seja $E = Vect\left\{x^2 - 2x + 1, x^3, x - 1, x(2x^2 + x - 1)\right\}$. Calcular a dimensão de E.

Exercício 11

Seja E um espaço vetorial de dimensão finita e sejam F e G dois subespaços vetoriais de E tais que

$$dim\ (F) + dim\ (G) > dim\ (E).$$

Provar que $F \cap G \neq \{0\}$.