Prova n°1

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova !
Só terá validade o que estiver a caneta !
Seja ecologico : utilize o verso da prova para rascunho.

Questão 1

Seja E um espaço vetorial. Usando a definição de espaço vetorial, provar que

a. Se para u, v e $w \in E$ temos $u + v = u + w$ então $v = w$.

b. Para todo $u \in E$, temos $0_{\mathbb{R}}.u = 0_E$.

Questão 2

Verificar se os conjuntos F seguintes são subespaços vetoriais dos espaços vetoriais E :

a. $F = \{P \in \mathbb{R}[X],\ P(0) = 3\}$ e $E = \mathbb{R}[X]$, onde $\mathbb{R}[X]$ é o espaço dos polinômios.

b. $F = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3\ ,\ x = 2y\right\}$ e $E = \mathbb{R}^3$.

Questão 3

a. Os vetores $(1, 0, 2)$ e $(1, 0, 3)$ são linearmente independentes em $\mathbb{R}^3$? geram $\mathbb{R}^3$? formam uma base de $\mathbb{R}^3$?

b. Os vetores 1, $(x - 1)$ e $(x - 1)^2$ são linearmente independentes em $\mathbb{R}_{\leq 2}[X]$? geram $\mathbb{R}_{\leq 2}[X]$? formam uma base de $\mathbb{R}_{\leq 2}[X]$? (Lembramos que $\mathbb{R}_{\leq 2}[X]$ é o espaço dos polinômios de grau menor ou igual a 2).

Questão 4

Seja $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ; 2x + y - z = 0\}$.

a. Achar uma base de E.

b. Calcular a dimensão de E.

c. Completar a base de E numa base de $\mathbb{R}^3$.

d. Seja $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ; x + y + z = 0\}$. E e F são complementares ?