Prova n°2

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova !
Só terá validade o que estiver a caneta !
Seja ecologico : utilize o verso da prova para rascunho.

Questão 1

Seja E um espaço vetorial com um produto interno. Sejam F e G dois subespaços vetoriais de E.

a. Dar a definição de $F^{\perp}$.

b. Provar que se $F \subset G$ então $G^{\perp} \subset F^{\perp}$.

Questão 2

Determinar a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(1,1) = (1,1,1)$ e $T(1,2) = (1,0,0)$.

Questão 3

Seja $C^o([0,\pi])$ o conjunto das funções contínuas de $[0,\pi]$ em $\mathbb{R}$ com o seguinte produto interno :$< f, g >= \int_0^{\pi} f(x)g(x)dx$.

a. os vetores $\text{sen}(x)$ e $\cos(x)$ são ortogonais ?

b. os vetores $\text{sen}(x)$ e $\cos(x)$ são linearmente independentes ?

Questão 4

Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y, z) = (x + y + z, 2x - y - z)$.

a. T é uma transformação linear ?

b. T é injetora ?

c. Calcular $T(1,0,0)$, $T(0,1,0)$, $T(0,0,1)$ e achar $\text{Im}(T)$.

d. T é sobrejetora ?

e. Achar $\text{Ker}(T)$ e calcular $\dim(\text{Ker}(T))$.

Questão 5

Seja $\mathbb{R}^2$ munido do produto interno $< (x_1, y_1), (x_2, y_2) >= x_1x_2 + y_1y_2$.

a. Sejam $u = (2,1)$ e $v = (\frac{1}{3}, 1)$. Calcular $\|u\|$, $\|v\|$ e o angulo entre u e v.

b. Seja $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x + 2y = 0\}$. Determinar $E^{\perp}$.

Professor Jérôme Rousseau