Prova n°3

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova !
Só terá validade o que estiver a caneta !

Questão 1

Seja E um espaço vetorial com um produto interno. Dar a definição de transformação linear ortogonal.

Questão 2

Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y, z) = (x - 2y - 3z, -x + 2y)$.

a. Achar $[T]$.

b. Considerando a base $B_1 = \{(1, 0, 2), (0, 1, 2), (1, 2, 0)\}$ de $\mathbb{R}^3$ e a base $B_2 = \{(1, 1), (1, 0)\}$ de $\mathbb{R}^2$, achar $[T]^{B_1}_{B_2}$.

Questão 3

Seja A a matriz :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

a. Provar que A é inversivel.

b. Calcular a inversa de A.

Questão 4

Seja A a matriz :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a. Calcular os autovalores e autovetores da matriz A.

b. Diagonalizar essa matriz.

c. Calcular A^n, para todo $n \in \mathbb{N}^*$.

Questão extra

Seja E um espaço vetorial com um produto interno. Seja $T : E \to E$ uma transformação linear simetrica. Provar que se u é um autovetor associado ao autovalor λ_1, se v é um autovetor associado ao autovalor λ_2 e se $\lambda_1 \neq \lambda_2$ então u e v são ortogonais.