# Prova n°1

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova !
**Só terá validade o que estiver a caneta !**

### Questão 1

Sejam $E$ e $F$ dois espaços vetoriais. Seja $T : E \to F$ uma transformação linear.
Provar que $\mathrm{Ker} f$ é um subespaço vetorial de $E$.

### Questão 2

Considere a transformacao linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por
$T(x, y, z) = (x + y, x - z, y + z)$.

a. Encontre uma base para o nucleo de $T$ e calcular $\dim(\mathrm{Ker}(T))$.

b. Encontre uma base para a imagem de $T$ e calcular $\dim(\mathrm{Im}(T))$.

c. $T$ é injetora ? Justifique sua resposta.

d. $T$ é sobrejetora ? Justifique sua resposta.

### Questão 3

Seja $\mathbb{R}_2[X]$ o espaço dos polinomios de grau menor ou igual a 2 com o seguinte produto interno : $< P, Q >= P(0)Q(0) + P(1)Q(1) + P(2)Q(2)$. Sejam $u = x - 1$ e $v = (x - 1)^2$.

a. Calcular $< u, v >$, $\|u\|$, $\|v\|$ e o angulo entre $u$ e $v$.

b. Os vetores $u$ e $v$ são linearmente independentes ?

### Questão 4

Determinar a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(1, 1, 1) = (1, 1)$, $T(1, 1, 2) = (1, 0)$ e $T(0, 1, 0) = (-1, 2)$.

### Questão 5

Seja $\mathbb{R}^3$ munido do produto interno usual $< (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) >= x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.
Sejam $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ x - 3y = 0\}$ e $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ y - z = 0\}$.

a. Calcular $F^{\perp}$.

b. Achar $F^{\perp} \cap G$.

c. $F^{\perp}$ e $G$ são complementares em $\mathbb{R}^3$ ?



Professor Jérôme Rousseau