Prova n°2

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova !
Só terá validade o que estiver a caneta !

Questão 1

Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y, z) = (x - 2y, 3x - y + z)$. Seja $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $S(x, y) = (x + y, x + 2y, 3y)$.

a. Achar $[T]$ e $[S]$.

b. Achar $[S \circ T]$ e calcular $S \circ T(x, y, z)$.

Questão 2

Seja $\mathcal{B}_1$ a base de $\mathbb{R}^2$ definida por $\mathcal{B}_1 = \{(1, 2), (1, -1)\}$.

a. Calcular a matriz de passagem P da base canonica para a base $\mathcal{B}_1$.

b. Seja $v = (2, 3)$. Achar as coordenadas de v na base $\mathcal{B}_1$?

c. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, tal que $T(x, y) = (x + y, x - y)$. Achar $[T]$ e usar a formula de mudança de base para achar a matriz $[T]^{\mathcal{B}_1}_{\mathcal{B}_1}$.

Questão 3

Seja A a matriz :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

a. Provar que A é inversivel.

b. Calcular a inversa de A.

c. A é uma matriz ortogonal ?

d. Calcular os autovalores e autovetores da matriz A.

e. A é diagonalizavel ?

Questão extra

Sejam a, b e $c \in \mathbb{R}$. Provar, sem calcular, que o determinante da matriz seguinte é nulo

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{pmatrix}.$$