

## Lista n°6

**Exercício 1**

Achar a matriz de passagem  $P$  da base canonica para a base

$$B = \{(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}.$$

Calcular a inversa  $P^{-1}$ .

**Exercício 2**

Provar que  $B_1 = \{(1, 2, 1), (2, 3, 3), (3, 7, 1)\}$  e  $B_2 = \{(3, 1, 4), (5, 2, 3), (1, 1, -5)\}$  são bases de  $\mathbb{R}^3$ . Calcular a matriz de passagem  $P$  da base  $B_1$  para a base  $B_2$ .

**Exercício 3**

- Provar que  $B = \{(1, 1, -1), (-1, 1, 1), (1, -2, 1)\}$  é uma base de  $\mathbb{R}^3$ .
- Calcular a matriz de passagem  $P$  da base canonica para a base  $B$ .
- Seja  $v = (1, 0, 1)$ . Achar as coordenadas de  $v$  na base  $B$ ?
- Seja  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (2y, 5x + 3z, -4x - 2y - 4z)$ . Achar as matrizes  $[T]$  e  $[T]_B^B$ .

**Exercício 4**

Seja  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $T(x, y, z, t) = (x + t, x + y + t, y + z + t)$ .

- Achar  $[T]$ .
- Calcular  $[T]_{B_2}^{B_1}$  com  $B_1 = \{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$  e  $B_2 = \{(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$ .

**Exercício 5**

Seja  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $f(x, y, z) = (7y - 6z, -x + 4y, 2y - 2z)$ .

- Achar  $[T]$ .
- Provar que  $B = \{(9, 3, 2), (5, 1, 2), (4, 2, 1)\}$  é uma base de  $\mathbb{R}^3$  e achar a matriz de passagem da base canonica para a base  $B$ .
- Achar  $[T]_B^B$ .
- Calcular  $A^n$ , para todo  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Exercício 6**

Provar, sem calcular, que o determinante seguinte é nulo

$$\begin{pmatrix} 84 & 35 & 62 \\ 8 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Exercício 7**

Calcular o determinante das matrizes seguintes :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 15 & 14 & 4 \\ 12 & 6 & 7 & 9 \\ 8 & 10 & 11 & 5 \\ 13 & 3 & 2 & 16 \end{pmatrix}.$$

**Exercício 8**

Usando o fato que os numeros 204, 527 e 255 são divisíveis por 17, provar que o determinante da matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$  é divisível por 17.

Lembramos algumas regras sobre o determinante :

- Se trocamos uma linha (ou uma coluna) para uma outra, o sinal do determinante é trocado.
- Se multiplicamos todos os elementos de uma coluna (ou de uma linha) por um numero  $\lambda$ , o determinante é multiplicado por  $\lambda$ .
- Podemos adicionar a uma coluna (ou a uma linha) o multiplo de uma outra coluna (ou de uma outra linha) sem trocar o determinante.