

Lista n°7

Exercício 1

Verificar se as transformações seguintes são ortogonais :

- a. $T(x, y) = (-y - x)$
- b. $T(x, y) = (x + y, x - y)$
- c. $T(x, y, z) = (z, x, -y)$
- d. $T(x, y, z) = (0, y, 0)$
- e. $T(x, y, z) = (x, y \cos \theta + z \operatorname{sen} \theta, -y \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta)$ com $\theta \in \mathbb{R}$ fixo.

Exercício 2

Achar a e b para que as transformações sejam simétricas :

- a. $T(x, y, z) = (3x - 2y, ax + y - 3z, by + z)$
- b. $T(x, y, z) = (x + 2z, ax + 4y + bz, 2x - 3y + z)$.

Exercício 3

Verificar se as transformações seguintes são inversíveis e se é possível calcular a inversa :

- a. $T(x, y) = (2x - y, x + y)$
- b. $T(x, y) = (3x + y, -6x - 2y)$
- c. $T(x, y, z) = (x - y + 2z, y - z, 2y - 3z)$
- d. $T(x, y, z) = (x, x - z, x - y - z)$.

Exercício 4

Verificar se as matrizes seguintes são inversíveis e se é possível calcular a inversa :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Exercício 5

Calcular a inversa das matrizes seguintes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{pmatrix}.$$

Exercício 6

Resolver o sistema :

$$\begin{array}{cc|c} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Exercício 7

Resolver o sistema :

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Exercício 8

Resolver o sistema :

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 4 \end{array}$$

Exercício 9

Calcular os autovalores e autovetores das matrizes seguintes :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Diagonalizar essas matrizes.

Exercício 10Calcular A^n para todo $n \in \mathbb{N}$ com

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Exercício 11

Calcular os autovalores e autovetores das matrizes seguintes :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 20 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$
$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Diagonalizar essas matrizes.

Exercício 12Achar uma matriz ortogonal Q tal que $Q^t A Q$ seja uma matriz diagonal com

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$