# Prova 2

Avisos : Celulares desligados ; 2 horas de prova !
**Só terá validade o que estiver a caneta !**

### Questão 1

Seja $\overrightarrow{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ de classe $C^2$.

a. Dar a definição de $\mathrm{rot}\overrightarrow{F}$.

b. Provar que $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\overrightarrow{F}) = 0$.

### Questão 2

Calcular $\iiint_A (x^2+y^2+z^2)^{3/2} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ com $A = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z, x^2+y^2+z^2 \leq 1, x^2+y^2 \leq z^2\right\}$.

### Questão 3

Seja $C$ a curva obtida como interseção das superficies $x + y^2 + 3z = 4$ e $x = z$ tal que $0 \leq y \leq 1$.

Calcular $\int_C y \mathrm{d}s$.

### Questão 4

Usar o Teorema de Green para calcular a area limitada pela elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

### Questão 5

Seja $\overrightarrow{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido por

$$F(x,y) = \big(y\mathrm{sen}(xy) - y^2 + 1, x\mathrm{sen}(xy) - 2xy + 2\big)\,.$$

a. Verificar que $F$ é conservativo e achar uma função potencial.

b. Esboçar o a curva $C = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4 \cup C_5$ com $C_1$ a reta ligando o ponto $(-1, \frac{\pi}{2})$ e o ponto $(-1,0)$, $C_2$ a interseção entre o semi-plano $y \geq 0$ e a circunferência de raio 1 e de centro $(0,0)$, $C_3$ a curva $y = \ln x$ com $x \in [1,e]$, $C_4$ a curva parametrizada $(t, \frac{1}{t} + \frac{e-1}{e})$ com $t \in [e, 2\pi]$ e $C_5$ a reta ligando o ponto $(2\pi, \frac{1}{2\pi} + \frac{e-1}{e})$ e o ponto $(2\pi, 0)$.

c. Calcular $\int_C \overrightarrow{F}.\mathrm{d}\vec{r}$.

d. Calcular $\int_D \overrightarrow{F}.\mathrm{d}\vec{r}$ com $D$ a curva de parametrização $\gamma(t) = (\cos t(1+\cos t), \mathrm{sen} t(1+\cos t))$, $t \in [0, 2\pi]$.


Professor Jérôme Rousseau