Lista n°3

Exercício 1

Calcular $\iint_A f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ com f e A definidos por :

a. $f(x,y) = \cos(x).e^y$ e $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0,1]$;

b. $f(x,y) = xy\sqrt{x^2+y^2}$ e $A = [0,1] \times [0,1]$;

c. $f(x,y) = \frac{y}{1+x^2}$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$;

d. $f(x,y) = e^{y^2}$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$;

e. $f(x,y) = x^5 \cos(y^3)$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2, x^2+y^2 \leq 2\}$.

Exercício 2

Calcular a área da região A limitada pelas curvas $y = x^3$ e $y = \sqrt{x}$.

Exercício 3

Calcular a área da região A limitada pelas curvas $x = 4 - y^2$, $y = 2$ e $x + y + 2 = 0$.

Exercício 4

Calcular o volume do tetraedo T com faces nos planos coordenados e no plano $x + y + z = 3$.

Exercício 5

Calcular o volume do conjunto $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq \sqrt{xy}\}$.

Exercício 6

Inverter a ordem de integração nas integrais seguintes

a. $\int_{-1}^{0} \left(\int_{-x}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y\right) \mathrm{d}x$;

b. $\int_{0}^{1} \left(\int_{e^{y-1}}^{e^y} f(x,y)\mathrm{d}x\right) \mathrm{d}y$.

Exercício 7

Usando mudança de variáveis, calcular $\iint_A f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ com f e A definidos por :

a. $f(x,y) = x^2 + y^2$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$;

b. $f(x,y) = xy$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x, 0 \leq y\}$;

c. $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 3, 0 \leq x \leq y\}$;

d. $f(x,y) = \frac{\sqrt[3]{y-x}}{1+y+x}$ e A é o triângulo de vértices (0,0), (1,0) e (0,1);

e. $f(x,y) = (2x+y)\cos(x-y)$ e A é o paralelogramo de vértices (0,0), $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$, $(\frac{2\pi}{3}, \frac{-\pi}{3})$ e $(\frac{\pi}{3}, \frac{-2\pi}{3})$.

Exercício 8

Achar o volume do sólido limitado superiormente pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, inferiormente pelo plano xy e lateralmente pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

Exercício 9

Calcular o centro de massa do conjunto A de densidade δ sendo :

a. $A = [0,1] \times [0,1]$ e $\delta(x,y) = y$;

b. $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, x^2 \leq y \leq 1\}$ e δ é proporcional á distância do ponto ponto á reta $y = -1$.