Lista n°4

Exercício 1

Calcular $\iiint_A f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ com f e A definidos por :

a. $f(x,y,z) = x$ e $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z, x+y+z \leq 1\}$;

b. $f(x,y,z) = xyz$ e $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq y \leq z \leq 1\}$;

c. $f(x,y,z) = \frac{1}{(1+x+y+z)^3}$ e $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z, x+y+z \leq 1\}$;

d. $f(x,y,z) = e^{x^2}$ e $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq 1\}$.

Exercício 2

Usando mudança de variáveis, calcular $\iiint_A f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ com f e A definidos por :

a. $f(x,y,z) = xyz$ e $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z, x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$;

b. $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^\alpha$ e $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4\}$;

c. $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ e $A = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \leq z \leq \sqrt{x^2+y^2}\right\}$.

Exercício 3

Calcular o volume do solido A interior à elipsoide $x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{3}{4}z^2 + xz = 1$.

Exercício 4

Calcular o volume do solido A limitado pelas superficies $z + x^2 = 4$, $y + z = 4$, $y = 0$ e $z = 0$.

Exercício 5

Calcular $\iiint_A \frac{1}{x^2+y^2+z^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ sendo A a região interior ao cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$, limitada superiormente pela esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ e inferiormente pela esfera $x^2+y^2+z^2 = 1$.