

Lista de exercícios n°3

**Exercício 1**

Calcule os seguintes limites :

- |   |  |
|---|--|
| <p>a. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x)</math></p> <p>b. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x)</math></p> <p>c. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 5} - \sqrt{x - 3})</math></p> <p>d. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x})</math></p> <p>e. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{3x-2}</math></p> <p>f. <math>\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^2} \right)</math></p> | <p>g. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+2 x }{x}</math></p> <p>h. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{1+x-1}} \right)</math></p> <p>i. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x-2}</math></p> <p>j. <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x-1}</math></p> <p>k. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+2 x }{x}</math></p> <p>l. <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}</math></p> |
|---|--|

**Exercício 2**

- a. Provar que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = 1$ .
- b. Sejam  $m$  e  $n$  inteiros positivos. Estudar  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x^m} - \sqrt{1-x^m}}{x^n}$  (discutir de acordo com os valores de  $m$  e  $n$ ).
- c. Provar que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\sqrt{x^2 + x + 1} - 1) = \frac{1}{2}$ .

**Exercício 3**

Usando a definição formal do limite de uma função, calcule :

- a. o limite quando  $x$  tende à 3 da função  $f : x \mapsto 7$ ;
- b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$  e  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{x}$  (para  $x_0 \in \mathbb{R}$ );
- c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$ .
- d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$ .

**Exercício 4**

Calcule o limite lateral a direita e a esquerda dos pontos indicados das seguintes funções :

- a. em 3 de  $x \mapsto \frac{x-3}{|x-3|}$
- b. em 0 da função  $f$  definida por :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- c. em -2 e 3 de  $x \mapsto \frac{1}{2x^2 - 2x - 12}$

**Exercício 5**

Sejam  $f$  e  $g$  definidas no intervalo  $[-1, 1]$  e a valores em  $[0, 1]$ . Suppor que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = 1$ . Provar que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$ .