

Lista de exercícios n°7

Exercicio 1

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por : $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

a. Provar que existe $c \in]0, 2[$ tal que :

$$f(2) - f(0) = 2f'(c)$$

b. Achar todos os valores possiveis de c .

Exercicio 2

a. Calcular a derivada da função f definida em \mathbb{R} por $f(x) = (x^2 + 1)\text{sen}(x)$.

b. Provar que a equação $(x^2 + 1)\cos(x) + 2x\text{sen}(x) = 0$ tem pelo menos uma solução em $[0, \pi]$.

Exercicio 3

Achar o domínio, estudar as variações (crescimento e decrescimento) e esboçar o gráfico das funções seguintes :

a. $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 2$

e. $f(x) = \frac{x-4}{x+4}$

b. $f(x) = x^3 - 12x - 3$

f. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

c. $f(x) = \frac{1}{x+1}$

g. $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{1}{x+1} & \text{se } x > 0 \\ x^3 + 9x^2 + 15x + 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases} ;$

d. $f(x) = \frac{1}{x+1} - 1x - 2$

Exercicio 4

Achar o domínio, estudar as variações (crescimento e decrescimento), estudar a concavidade, achar os pontos de inflexões, achar os extremos relativos e absolutos e esboçar o gráfico das funções seguintes :

a. $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 2$

g. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 1 \\ x^3 - 4x^2 + 7x - 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} ;$

b. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$

h. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 1 \\ -2x^2 + 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} ;$

c. $f(x) = (x-2)^{1/5}$

d. $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$

e. $f(x) = \frac{2x}{x+2}$

i. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} .$

f. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{4}{x}$

Exercicio 5

a. Sejam f e g duas funções contínuas em $[a, b]$ e deriváveis em $]a, b[$. Provar que existe $c \in]a, b[$ tal que

$$(f(b) - f(a))g'(c) = (g(b) - g(a))f'(c)$$

b. Sejam f e g duas funções contínuas em $[a, b]$, deriváveis em $]a, b[$ e tais que $|f'(x)| \leq g'(x)$, e $g'(x) \neq 0 \forall x \in]a, b[$. Provar que $|f(b) - f(a)| \leq g(b) - g(a)$.