

## Prova n°1

Avisos :

1. Banheiro : a partir de 30 minutos após o início da prova.
2. Celulares desligados.
3. 2 horas de prova!
4. Só terá validade o que estiver a caneta!

**Questão 1**

- a. Dar a definição de  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  (com  $a \in \mathbb{R}$  e  $L \in \mathbb{R}$ ).
- b. Usando essa definição, provar que  $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$ .

**Questão 2**

- a. Enunciar o Teorema do Valor Intermediário.
- b. Provar que a equação  $2x^4 - 6x^3 + x^2 - 3x - 4 = 0$  tem pelo menos uma solução real.

**Questão 3**

Seja  $f$  a seguinte função :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^* &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow x + \frac{1}{x}. \end{aligned}$$

Provar que  $f$  tem uma assíntota oblíqua e dar a equação da assíntota.

**Questão 4**

Estudar a continuidade da função  $f$ .

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} & \text{se } x < 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ \frac{1 - \cos(x-1)}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases} \end{aligned}$$

**Questão 5**

Seja  $f$  a seguinte função :

$$\begin{aligned} f : \text{Dom}(f) &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow \frac{2x^3 + 2x^2 - 8x - 8}{x^2 + 2x - 3}. \end{aligned}$$

- a. Achar o domínio da função  $f$ .
- b. Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- c. Provar que  $2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = (x + 2)(2x^2 - 2x - 4)$ .
- d. Estudar o sinal da função.
- e. Encontrar as assíntotas verticais.
- f. Provar que a reta  $y = 2x - 2$  é uma assíntota oblíqua da função  $f$ .
- g. Esboçar o gráfico da função.