

Prova n°1

Avisos :

1. Banheiro : a partir de 30 minutos após o início da prova.
2. Celulares desligados.
3. 2 horas de prova!
4. Só terá validade o que estiver a caneta!

Questão 1

- a. Dar a definição de $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ (com $a \in \mathbb{R}$ e $L \in \mathbb{R}$).
- b. Usando essa definição, provar que $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$.

Questão 2

- a. Enunciar o Teorema do Valor Intermediário.
- b. Provar que a equação $2x^4 - 6x^3 + x^2 - 3x - 4 = 0$ tem pelo menos uma solução real.

Questão 3

Seja f a seguinte função :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^* &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow x + \frac{1}{x}. \end{aligned}$$

Provar que f tem uma assíntota oblíqua e dar a equação da assíntota.

Questão 4

Estudar a continuidade da função f .

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} & \text{se } x < 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ \frac{1 - \cos(x-1)}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Questão 5

Seja f a seguinte função :

$$\begin{aligned} f : \text{Dom}(f) &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow \frac{2x^3 + 2x^2 - 8x - 8}{x^2 + 2x - 3}. \end{aligned}$$

- a. Achar o domínio da função f .
- b. Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- c. Provar que $2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = (x + 2)(2x^2 - 2x - 4)$.
- d. Estudar o sinal da função.
- e. Encontrar as assíntotas verticais.
- f. Provar que a reta $y = 2x - 2$ é uma assíntota oblíqua da função f .
- g. Esboçar o gráfico da função.