Lista n°4

Exercício 1

Escreva os quatro primeiros elementos das sequências das somas parciais das séries numéricas abaixo e determine se elas são convergentes ou divergentes. Se forem convergentes, obtenha as suas somas.

a. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n^2}{n^2+1}$;

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$;

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3}{2^n}$;

d. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{3n+2}$.

Exercício 2

Nos itens abaixo, determine se a série é convergente ou divergente. Se for convergente, ache a sua soma.

a. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+2}$

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{3^n}$

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (e^{-n}+e^n)$

d. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2n}-\frac{1}{3n}\right)$

e. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{5}{4^n}+\frac{4}{5^n}\right)$

f. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^2}+2\right)$

g. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n-1}}{3^n}$.

Exercício 3

Nos itens abaixo, determine se a série dada é convergente ou divergente, usando o teste de comparação.

a. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n2^n}$

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos^2 n}{3^n}$

d. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2+5^n}$

e. $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}-1}$

f. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(2n)!}$

g. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+2)!}$

h. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{2n-\sqrt{n}}$.

Exercício 4

a. Usando o teste de comparação de séries, mostre que a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^2+2n+1}$ é divergente.

b. Usando o teste de comparação com limite de séries, mostre que a série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n+1}{2n^2+5}$ é divergente.

c. Usando o teste da integral, mostre que a série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^p}$ converge se $p > 1$ e diverge se $p \leq 1$.

d. Usando o teste da integral, mostre que a série $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$ é divergente.

e. Usando o teste da raiz, mostre que a série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{[\ln(n+1)]^n}$ é convergente.

f. Usando o teste da razão, mostre que a série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n!}$ é divergente.

Exercício 5

A séries seguintes são convergentes ou divergente ? Justifique.

a. $\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n}$

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\ln n}$

c. $\sum_{n=1}^{+\infty} ne^{-n}$.

d. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan n}{n^2+1}$

e. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^3}$

f. $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 e^{-n}$.

Exercício 6

Use o teste da integral para determinar se as séries abaixo são convergentes ou divergentes.

$(i) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+2)^{3/2}}$; $(ii) \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{4}{n^2-4}$; $(iii) \sum_{n=1}^{+\infty} e^{-5n}$.

Exercício 7

Determine se a série dada é absolutamente convergente, convergente ou divergente.

a. $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^n}$;

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(n+1)^{3/4}}$;

c. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n!}{10n}$;

d. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{3n}}{n^n}$;

e. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n!}$;

f. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n-1}{n+1}$;

g. $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-2n}$.