

Lista n°7

Exercício 1

Resolver as equações diferenciais seguintes em \mathbb{R} :

- a. $y' - y = 0$
- b. $y' + 2y = 0$

Exercício 2

Resolver as equações diferenciais de primeira ordem seguintes em \mathbb{R} :

- a. $y' - y = x$
- b. $y' - 3y = x^3 + x$
- c. $y' - 3y = (3x^2 + 1)e^{3x}$
- d. $y' - 3y = (3x^2 + 1)\sin(3x)$
- e. $y' + y = e^x \sin x + \cos^2 x$

Exercício 3

Resolver as equações diferenciais seguintes em \mathbb{R} :

- a. $y' = xy$
- b. $(3 + x^2)y' = xy$
- c. $xy' - y = 0$
- d. $x^2y' + y = 0$
- e. $x^3y' - 2y = 0$
- f. $(e^x - 1)y' + (e^x + 1)y = 3 + 2e^x$

Exercício 4

Resolver as equações diferenciais seguintes em \mathbb{R} :

- a. $(x^2 + 1)y' - (x - 1)^2y = (x + 1)$
- b. $(x^2 + 1)^2y' - (x - 1)^2y = x^3 - x^2 + x + 1$ com $y(0) = 3$

Exercício 5

Seja a equação diferencial seguinte :

$$(x^2 - 1)y' + 2xy = 1$$

- a. Calcular a solução geral num intervalo que não contem -1 e 1 .
- b. Existe uma solução definida em $] - 1, +\infty[$? em \mathbb{R} ?

Exercício 6

Seja a equação diferencial seguinte :

$$2x(1 - x)y' + (1 - x)y = 1 \quad (E)$$

- a. Resolver essa equação em cada um dos intervalos seguintes $] - \infty, 0[$, $]0, 1[$ e $]1, +\infty[$.
- b. Provar que existe uma única solução definida em $] - \infty, 1[$.
- c. Provar que não existe solução definida em \mathbb{R} .
- d. Seja $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Qual são os valores de (a, b) tal que existe uma solução única y de (E) em um dos intervalos seguintes $] - \infty, 0[$, $]0, 1[$ et $]1, +\infty[$ tal que $y(a) = b$? Que podemos dizer para os outros valores de (a, b) ?
- e. Esboçar sem explicações curvas integrais (em numero suficiente) para ilustrar o resultado da questão precedente.