

Lista n°9

Exercício 1

Resolver as equações separáveis seguintes :

a. $y' + y \cos(x) = 0$

b. $3(xy' + 2y) = xyy'$

c. $(1 + x^2)y^3 - y^2x^3y' = 0$

d. $(x^2 + a^2)(y^2 + b^2) + (x^2 - a^2)(y^2 - b^2)y' = 0$ com $a > 0$ e $b > 0$

Respostas : a) $y = \frac{c}{e^{\sin(x)}}$; b) $y = \ln(cx^6y^3)$; c) $\ln\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) = c$;

d) $x + a \ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right) + y - 2b \arctan\left(\frac{y}{b}\right) = c$.

Exercício 2

Achar o grau das equações de coeficientes homogêneos seguintes e determinar as soluções gerais :

a. $(x^2 - y^2) - 2xyy' = 0$

b. $(x^2 + y^2) - xyy' = 0$

c. $x - (x + y)y' = y$

d. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

Respostas : a) $x^3 - 3xy^2 = c$; b) $cx = e^{\frac{y^2}{2x^2}}$; c) $x^3 + 3xy^2 + y^3 = c$; d) $\sqrt{x^2 + y^2} + y = cx^2$.

Exercício 3

Resolver as equações seguintes :

a. $y' = \frac{2x-3y-1}{3x+y-2}$

b. $x + 2y - (2x + y - 5)y' = 4$

Respostas : a) $2x^2 - 6xy - y^2 - 2x + 4y + c = 0$; b) $(x - y - 1)^3 = c(x + y - 3)$.

Exercício 4

Provar que as equações seguintes são exatas e resolver :

a. $3x^2y + 8xy^2 + (x^3 + 8x^2y + 12y^2)y' = 0$ com $y(2) = 1$

b. $y \cos(xy) + \frac{y}{\sqrt{x}} + \left(x \cos(xy) + 2\sqrt{x} + \frac{1}{y}\right) y' = 0$

c. $(3x^2 + 6xy^2) + (6x^2y + 4y^3)y' = 0$

d. $\frac{2x}{y^3} + \frac{y^2-3x^2}{y^4} y' = 0$

Respostas : a) $x^3y + 4x^2y^2 + 4y^3 = 56$; b) $\sin(xy) + 2y\sqrt{x} + \ln(y) = 0$; c) $x^3 + 3x^2y^2 + y^4 = c$;

d) $\frac{x^2}{y^3} - \frac{1}{y} = c$.

Exercício 5

Achar os fatores integrantes para as seguintes equações e resolver :

a. $(x^3y - x^2) + xy' = 0$

b. $y + (ye^{yx} - y^2)y' = 0$

Respostas parciais : a) $I = \frac{1}{x}e^{\frac{x^3}{3}}$; b) $I = \frac{1}{y}e^{e^y}$.