UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo Diferencial Vetorial

ALUNO(A): ______________________________

LISTA 2

Questão 1: Calcule as seguintes integrais duplas

1.1 $\displaystyle\int\int_U \left(\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\right)^5 dxdy$ onde U é a região limitada pela elipse $E: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

resp:π

1.2 $\displaystyle\int\int_U y dxdy$ onde U é a região limitada pela elipse $E_2: 7x^2+7y^2-2xy=24$

(Sabe que $g(u,v)=(\frac{\sqrt{2}}{2}u-\frac{\sqrt{2}}{2}v, \frac{\sqrt{2}}{2}u-\frac{\sqrt{2}}{2}v)$ leva a elipse $E_1: \frac{u^2}{4}+\frac{v^2}{3}=1$ na elipse E_2)

resp:0

Questão 2: Calcule o valor da integral

$$I=\int_0^1\int_{\mathrm{arcseny}}^{\frac{\pi}{2}} cosx\sqrt{1+cos^2x}\ dxdy$$

resp:$\frac{1}{3}(2\sqrt{2}-1)$

Questão 3: Calcule $\displaystyle\int\int_D 3xdxdy$ onde D é a região do primeiro quadrante limitada por $y=x$, $y=\frac{x}{3}$ e $x=3$.

resp:18

Questão 4: Calcule a integral dupla passando para coordenadas polares

$$I=\int\int_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\ dxdy$$

onde D é a metade superior do disco $x^2+y^2\leq ax$, $a>0$.

$resp: \frac{a^3}{3}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}\right)$.

Questão 5: Calcule a massa de uma lâmina contida na região $D: y^2+x^2\leq 1$, com $x\geq 0$ e $y\geq 0$, se a função densidade é dada por $\delta(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$

resp:$=\frac{\pi}{6}u.m.$

Questão 6: Calcule o volume do sólido limitado superiormente pela esfera $x^2+y^2+z^2=4$ e inferiormente pelo cone $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$.

resp:$\frac{16\pi}{3}(1-\frac{\sqrt{3}}{2})u.v.$

Questão 7: Calcule o momento de inércia da região homogênea, limitada pela esfera de raio a, em relação a um eixo que passa pelo seu centro. Considere M a massa total da esfera.

resp: $\frac{2Ma^2}{5}$.

Questão 8: Calcule a massa do cone $\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 1$, sendo a densidade no ponto (x, y, z) proporcional ao quadrado da distância do ponto ao eixo z.

resp:$\frac{k\pi}{10}u.m.$

Questão 9: Calcule $\int\int\int_W \sqrt{x^2+y^2}dV$, sendo W limitado pelo parabolóide $z = \frac{1}{2}(x^2+y^2)$ e pelo plano $z = 2$.

resp: $\frac{64\pi}{15}$

Questão 10: Calcule o volume do solido W limitado pelas superfícies por $z = 4 - x^2$, $z - y = 5$, $y = 0$ e $z = 0$

resp:$\frac{544}{15}u.v$

Questão 11: Calcule $I = \int\int\int_W zdV$, onde W é o solido limitado pelos planos $x = o$, $y = 0$, $z = 0$ e $y + z = 1$ e $x + z = 1$

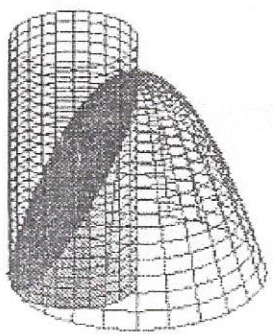
resp:$\frac{1}{2}$

Questão 12: Calcule o volume do solido W que está acima do parabolóide $z = x^2 + x^2$ e abaixo do plano $z = 2y$.

resp:$\frac{\pi}{2}u.v$

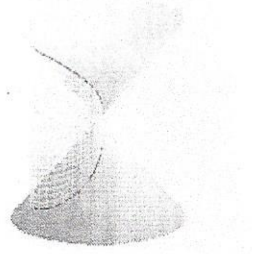
Questão 13: Usando a integral tripla, calcule o volume do solido limitado pelos cilindros $x^2 + y^2 = 2x$ (parte interna) e por:

13.1 parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$ e pelo plano $z = 0$



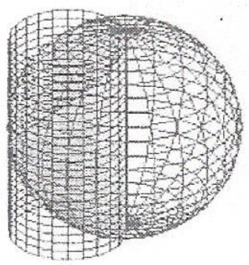
resp:$\frac{5\pi}{2}$

13.2 cone $z^2 = x^2 + y^2$



resp: $\frac{64}{9}$

13.3 esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$



resp: $\frac{16(\pi - \frac{4}{3}}{3}$

<u>*Questão 14:*</u> Calcule $\int_C y^2 ds$ onde C é a semicircunferencia $x^2 + y^2 = 2x$ com $y \geq 0$

resp: $\frac{\pi}{2}$

<u>*Questão 15:*</u> Calcule $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$, ao longo da curva $\gamma(t) = (4cost)\vec{i} + (4sent)\vec{j} + (3t)\vec{k}$ com $-2\pi \leq 2\pi$

resp: 80π

<u>*Questão 16:*</u> Calcule a integral de linha de $f(x, y, z) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1, 2, 3)$ a $(0, -1, 1)$

resp: $3\sqrt{14}$

<u>*Questão 17:*</u> Calcule $\int_C 8xds$, onde a curva C é formada pelo arco C_1 da parabóla $y = x^2$ de $(0, 0)$ a $(1, 1)$, seguido pelo segmento de reta vertical C_2 de $(1, 1)$ a $(1, 2)$

resp: $\frac{10\sqrt{5}+22}{3}$

<u>*Questão 18:*</u> Calcule a integral $\int_C xyzds$, onde C é a curva interseção das duas superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ e $x^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$, situadas no primeiro octante

resp: $\frac{R^4\sqrt{3}}{32}$

Questão 19: Calcule a massa de um arame cuja forma é dada pelo arco da curva interseção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$ e $y = x$, sabendo que a densidade em cada ponto (x, y, z) é proporcional à distância do ponto ao plano xy.

resp: $8k u.m.$

Questão 20: Um arame fino é entortado no formato da curva interseção do cilindro elíptico $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ com o plano $z = 10 - y$.

a) Parametrize C.

b)Determine a massa de C se a densidade em qualquer ponto é igual ao quadrado da distância do ponto ao plano yz.

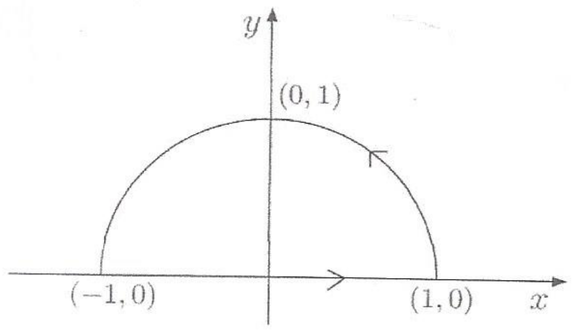
resp: a)$\gamma(t) = (\sqrt{2}cost, sent, 10 - sent)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

resp: b)$2\sqrt{2}\pi$ u.m.

Questão 21: Um objeto percorre uma elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, no sentido anti-horário, sob a ação da força $\vec{F}(x, y) = \left(2x - \frac{y}{2}, \frac{x}{2} + 3y\right)$, Ache o trabalho realizado.

resp: πab

Questão 22: Calcule $\int_C \vec{F} d\vec{r}$ onde $\vec{F}(x, y) = (x + y, y^2 - x)$ e C é a curva mostrada na figura abaixo:



resp: πab

Questão 23: Determine o trabalho realizado pela força $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ para deslocar uma particula ao longo da curva C interseção das superfícies $x + z = 5$ e $z = 4 - y^2$, orientada do ponto $(5, -2.0)$ a $(5, 2.0)$

resp:0